

Názov vyučovacej hodiny: Graf funkcie $y = asinb(x+c)+d$

Meno a priezvisko učiteľa/učiteľov: Mgr. Júlia Illéšová

Názov školy:	Stredná priemyselná škola, Slov. partizánov 1132/52, 017 01 Považská Bystrica
Predmet:	Matematika
Ročník:	Druhý
Tematický celok:	Goniometria
Téma hodiny:	Graf funkcie $y = asinb(x+c)+d$
Cieľ:	Poznať vplyv parametrov a, b, c, d na graf funkcie $y = sinx$, vedieť určiť vlastnosti funkcie.
Cieľ:	<p>Kognitívne ciele:</p> <ul style="list-style-type: none">- načrtnúť graf goniometrickej funkcie $y = sinx$, popísať jej vlastnosti,- demonštrovať vplyv parametrov a, b, c, d na graf funkcie $y = sinx$,- zovšeobecniť vplyv parametrov a, b, c, d na graf funkcie $y = asinb(x+c)+d$,- aplikovať získané poznatky na funkciu kosínus. <p>Výchovné ciele:</p> <ul style="list-style-type: none">- viesť žiakov k osvojeniu si matematickej terminológie a jej správneho zápisu,- rozvoj schopnosti sebakontroly a aktivity žiakov,- viesť žiakov k náčrtom grafov na požadovanej estetickej úrovni,- naučiť žiakov efektívne spracovávať informácie,- využívať výpočtovú techniku ako nástroj sebakontroly;.
Špecifické ciele:	Začlenenie digitálneho vzdelávacieho obsahu Planéty vedomostí do vyučovania. Aplikovať poznatky z informatiky na overenie správnosti riešenia úlohy.
Medzipredmetové vzťahy:	Informatika, elektrotechnika, fyzika, biológia
Požiadavky na zručnosti žiakov:	Základy práce s počítačom, IT tabuľou, práca s MS Excel
Požiadavky na zručnosti učiteľa:	Vedieť základy práce s počítačom (notebookom), dataprojektorom, IT tabuľou, portálom Naučte viac

počet minút	Činnosť	Pomôcky	metódy a formy
3	Kontrola prítomnosti žiakov		
7	Zopakovanie pojmov, $D(f)$, $H(f)$, vlastnosti funkcií, perióda funkcie.		Opakovanie – frontálne
15	Demonštrovanie úloh z pracovného listu v programe MS Excel, náčrt do zošita	PC, šablóna grafu funkcie	Práca v skupinách, porovnávanie výsledkov
	<i>Sledovanie animácií</i>	www.naučteviac.sk , internet	<i>Samostatná práca s využitím IKT a PPV</i>
7	Vyvodit' zovšeobecnenie pre koeficienty a, b, c, d vo funkcii $y = a \sin b(x + c) + d$		Tvorba hypotéz, vyslovenie zovšeobecnenia, rozbor najčastejších chýb
13	Riešenie úloh, aplikácia získaných poznatkov na graf funkcie $y = a \sin b(x + c) + d$, zadanie DÚ		Diskusia o možnostiach riešenia, odpovede na žiacke otázky.

Spätná väzba:

- sledovanie odpovedí žiakov pri frontálnom opakovaní,
- názornosť pri tvorbe grafu funkcií a následná skupinová práca boli pozitívnou spätnou väzbou, žiaci pracovali pri počítačoch a overovali vplyv parametrov na graf funkcie,
- na základe pozorovaní spoločne zostavili zovšeobecnenie, ktoré overovali v praxi (priamo na PC), na PPV

Model vyučovacej hodiny – OBSAH

Téma: : Graf funkcie $y = a \sin b(x+c)+d$

Forma vyučovania: názorno–demonštračná,

Metóda vyučovania:

opakovanie, heuristická metóda, práca v skupinách, porovnávanie výsledkov na PC, tvorba hypotéz, brainstorming, fixačná metóda.

Výchovno-vzdelávacie ciele:

Vzbudiť u žiakov záujem o matematiku a prírodné vedy, motivovať ich k využívaniu IKT prostriedkov a výukových programov pri štúdiu. Poznať grafy goniometrických funkcií sínus a kosínus, nakresliť graf goniometrickej funkcie s parametrom, objasniť postup pri tvorbe grafu a určiť jej vlastnosti.

Pomôcky:

dataprojektor, notebook pripojený na internet, interaktívna tabuľa, PC, prístup do PPV, pracovný list.

Pojmy:

D(f), H(f), amplitúda, funkcia rastúca, klesajúca, párna, nepárna, ohraničená, periodická,

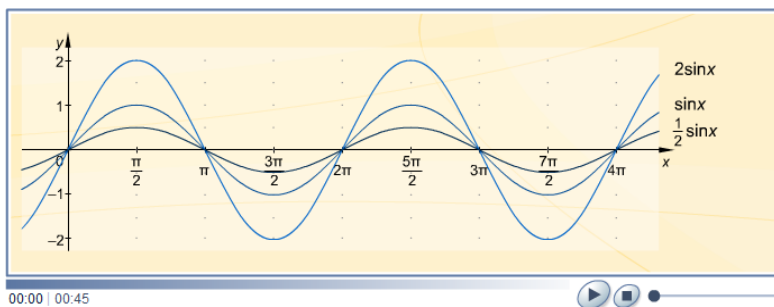
Postup a obsah vyučovania:

1. Organizačná časť – zápis do triednej knihy, kontrola prítomnosti žiakov.
2. Motivácia: oboznámenie žiakov s cieľom a štruktúrou hodiny, rozdelenie do skupín.
 - a. Frontálne opakovanie: Kontrolné otázky učiteľa: D(f), H(f), vlastnosti funkcie (rastúca, klesajúca, párna, nepárna, ohraničená, amplitúda, periodická).
3. Expozícia

Pracovný list – aplikácia poznatkov z informatiky (MS Excel, tvorba grafu).

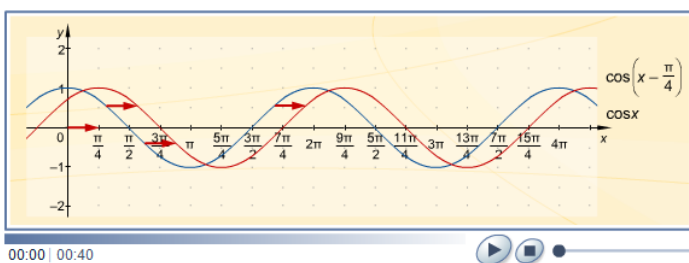
Objavovanie - žiaci sú rozdelený do 4 skupín (A, B, C, D) riešia úlohy z pracovného listu. Každá skupina má k dispozícii 2 PC, sleduje zmeny jedného parametra a formuluje zovšeobecnenie – vplyv sledovaného parametra na graf funkcie. (pracovný list som dala k dispozícii kolegom – informatikom, ktorí ho môžu použiť pri preberaní témy tvorba grafu v programe MS Excel. Na overenie zovšeobecnenia (prípadne výklad) použijeme nasledujúce animácie

Roztiahnutie grafu v smere osi y



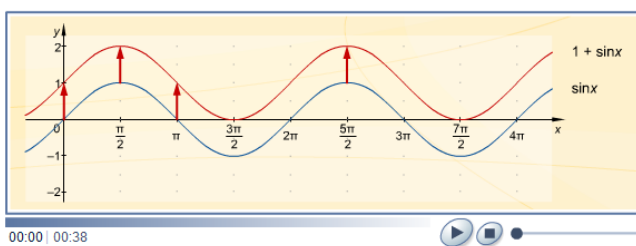
http://www.naucteviac.sk/page.php/resources/view_all?id=absolutna_hodnota_cvicenia_funkcie_goniometricke_grafy_kosinus_motor_os_x_y_perioda_piast_posunutie_priroda_rovnobezne_roztiahnutie_sinus_tangens_valec_zmena_periody_t_page11&from=search

Posunutie grafu v smere osi x



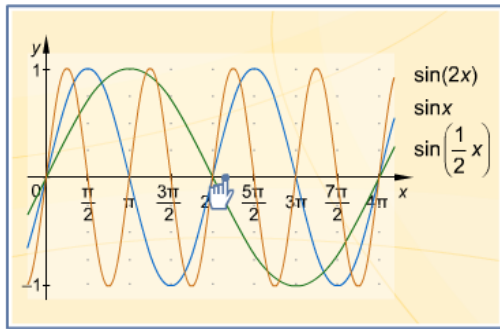
http://www.naucteviac.sk/page.php/resources/view_all?id=absolutna_hodnota_cvicenia_funkcie_goniometricke_grafy_kosinus_motor_os_x_y_perioda_piast_posunutie_priroda_rovnobezne_roztiahnutie_sinus_tangens_valec_zmena_periody_t_page8&from=search

Posunutie grafu v smere osi y



http://www.naucteviac.sk/index.php/resources/absolutna_hodnota_cvicenia_funkcie_goniometricke_grafy_kosinus_motor_os_x_y_perioda_piast_posunutie_priroda_rovnobezne_roztiahnutie_sinus_tangens_valec_zmena_periody_t_page7.html

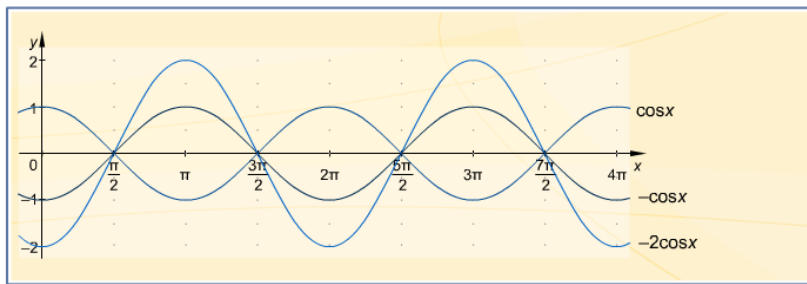
Periódá funkcie sínus



00:00 | 00:41

http://www.naucteviac.sk/page.php/resources/view_all?id=absolutna_hodnota_cvicenia_funkcie_goniometricke_grafy_kosinus_motor_os_x_y_perioda_piast_posunutie_priroda_roztiahnutie_sinus_tangens_valec_zmena_periody_t_page14&from=search

Súmernosť podľa osi x



00:00 | 01:26

http://www.naucteviac.sk/page.php/resources/view_all?id=absolutna_hodnota_cvicenia_funkcie_goniometricke_grafy_kosinus_motor_os_x_y_perioda_piast_posunutie_priroda_roztiahnutie_sinus_tangens_valec_zmena_periody_t_page12&from=search

Prezentácia ppt slúži na zhrnutie a zovšeobecnenie čiastkových poznatkov študentov získaných pri riešení úloh z pracovného listu. Žiaci nemajú problém samostatne sformulovať všeobecné pravidlá platiace pri tvorbe grafu.

Vychádzame z grafu funkcie $y = \sin x$

$y_1 = \sin x + d$ posúva graf funkcie y o (d) jednotiek v smere osi y

$y_2 = \sin(x + c)$ posúva graf funkcie y o ($-c$) jednotiek v smere osi x

$y_3 = \sin(bx)$ mení periódu grafu funkcie y $p = \frac{2k\pi}{b}$

$y_4 = a \sin x$ mení výchylku grafu funkcie y

Obr. 3

$y_5 = -\sin x$ preklopí graf funkcie y okolo priamky \parallel s osou x

$y = -a \sin [b(x + c)] + d$

Podrobnejší popis:

Parameter a násobí hodnoty grafu funkcie $y = \sin x$

- Ak $a > 0$ graf funkcie ostáva nakreslený v kvadrantoch ako pôvodný graf funkcie
- Ak $a < 0$ graf funkcie sa preklopí okolo osi x . (čo bolo kladné je záporné a naopak)
- Ak $|a| > 1$ graf funkcie je strmší ako graf pôvodnej funkcie (zväčší sa jeho výchylka = amplitúda)
- Ak $|a| \in (0,1)$ graf funkcie je plytší, (zmenší sa jeho výchylka)
- ! Mení sa obor hodôt!

Parameter b mení počet vln na intervale $\langle 0, 2\pi \rangle$

- Ak $b > 1$ zhusťuje graf funkcie $y = \sin x$
- Ak $b \in (0,1)$ je graf funkcie $y = \sin x$ redší (menej vln na intervale $\langle 0, 2\pi \rangle$)
- ! Mení sa perióda funkcie!

Parameter c posúva graf funkcie $y = \sin x$ po osi x o hodnotu $(-c)$

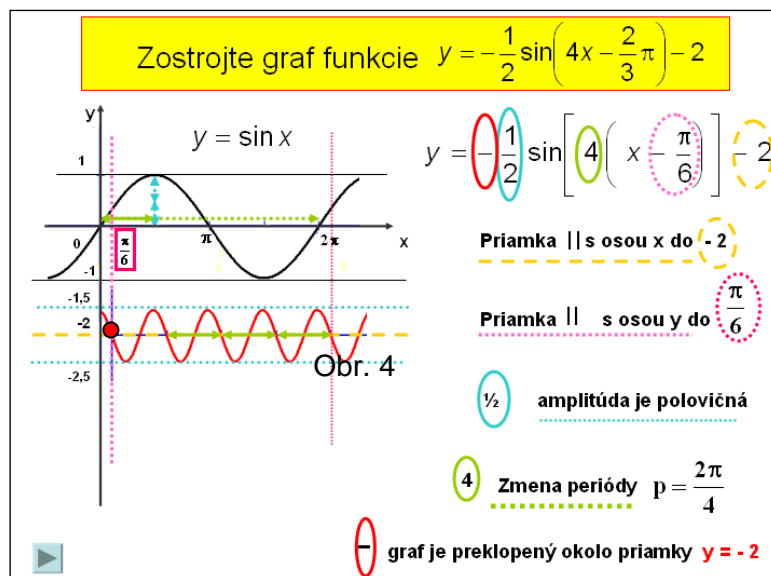
- ak $c > 0$ posúva graf funkcie na záporné hodnoty na osi x
- ak $c < 0$ posúva graf funkcie na kladné hodnoty na osi x
- Posúva graf funkcie s opačným znamienkom po osi x

Parameter d posúva graf funkcie $y = \sin x$ po osi y o d dielikov

- ak $d > 0$ v kladnom smere osi y
- ak $d < 0$ v zápornom smere osi y
- Posúva graf funkcie s rovnakým znamienkom po osi y

4. Fixácia

Pre zjednotenie postupu si utvrdíme získané poznatky na vzorovom príklade.



Poznatky získané pri tvorbe grafu funkcie $y = a \sin b(x+c)+d$, aplikujeme pri riešení náročnejších úloh a pri tvorbe grafov ostatných goniometrických funkcií. Nezabúdame pri tom ani na určovanie vlastností týchto funkcií.

Učiteľ môže pripomenúť:

- ak je jeden z koeficientov a , b nulový, tak grafom je konštantná funkcia,
- ak je koeficient a záporný, tak sa graf funkcie preklopí podľa osi x (x').
- zvýrazneným bodom (červený bod) - môžeme urobiť rovnobežku so súradnicovou osou x (y) a dostaneme novú os x' (y'). Dostaneme posunutú súradnicovú sústavu. Bod $O = [0,0]$ sa posunie do bodu $O' = \left[\frac{\pi}{6}, -2\right]$. Učiteľ môže doplniť vyznačenie osí x' a y' .

Domáca úloha: cvičenia:

Amplitúda goniometrických funkcií

i

$y = \text{[]} + \text{[]} \text{ [] } (\text{[] } x)$

Amplitúda =

http://www.naucteviac.sk/page.php/resources/view_all?id=absolutna_hodnota_cvicenia_funkcie_goniometricke_grafy_kosinus_motor_os_x_y_perioda_piest_posunutie_priroda_rovnobezne_roztiahnutie_sinus_tangens_valec_zmena_periody_t_page13&from=search

Ako sa mení perióda funkcie?

i

$y = 2\sin\left(\frac{1}{3}x\right)$ $\frac{\pi}{2}$

$y = -3\cos(2x) + 2$ $\frac{\pi}{4}$

$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ π

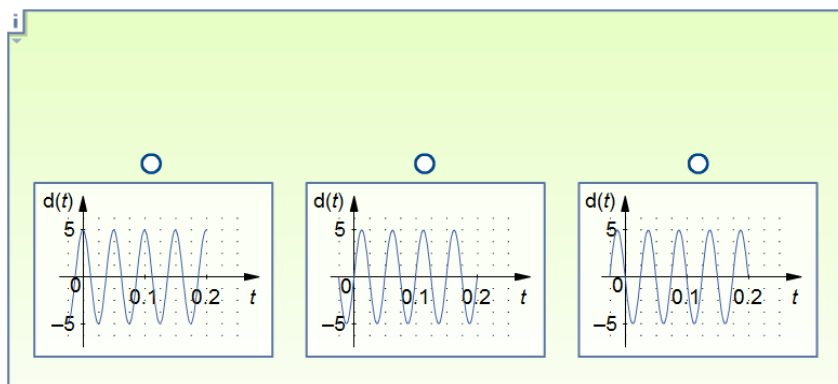
$y = \cos\left(4x - \frac{\pi}{4}\right)$ 6π

$y = \text{tg}(4x)$ 1

$y = \text{tg}(\pi x)$ 2π

http://www.naucteviac.sk/index.php/resources/absolutna_hodnota_cvicenia_funkcie_goniometricke_grafy_kosinus_motor_os_x_y_perioda_piest_posunutie_priroda_rovnobezne_roztiahnutie_sinus_tangens_valec_zmena_periody_t_page16.html

Grafy pohybu piestu v motore



http://www.naucteviac.sk/page.php/resources/view_all?id=absolutna_hodnota_cvicenia_funkcie_goniometricke_grafy_kosinus_motor_os_x_y_perioda_piest_posunutie_priroda_rovnobezne_roztiahnutie_sinus_tangens_valec_zmena_periody_t_page23&from=search

Hľadanie predpisu danej funkcie na základe jej grafu

$y = \text{[]} \nabla (\text{[]} x)$

a, b, c

http://www.naucteviac.sk/page.php/resources/view_all?id=funkcie_goniometricke_graf_perioda_sinus_sinusova_funkcia_tangens_tangensova_zakladna_t_page11&from=search

Nájdienie periódy a amplitúdy funkcie

$f(x) = 3\sin(4\pi x)$

Periódá	Amplitúda
<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 7
<input type="radio"/> $\frac{1}{2}$	<input type="radio"/> 1
<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 4
<input type="radio"/> $\frac{4}{3}$	<input type="radio"/> 3

http://www.naucteviac.sk/page.php/resources/view_all?id=funkcie_goniometricke_graf_perioda_sinus_sinusova_funkcia_tangens_tangensova_zakladna_t_page11&from=search

využitie v praxi:

Vodné koleso

http://www.naucteviac.sk/page.php/resources/view_all?id=absolutna_hodnota_cvicenia_funkcie_goniometricke_grafy_kosinus_motor_os_x_y_perioda_piest_posunutie_priroda_roztiahnutie_sinus_tangens_valec_zmena_periody_t_page24&from=search

Goniometrické funkcie v prírode

$d(t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) + 11$

$A = \square$

$k = \frac{\pi}{\square}$

00:00 | 00:52

http://www.naucteviac.sk/page.php/resources/view_all?id=absolutna_hodnota_cvicenia_funkcie_goniometricke_grafy_kosinus_motor_os_x_y_perioda_piest_posunutie_priroda_rovnobezne_roztiahnutie_sinus_tangens_valec_zmena_periody_t_page25&from=search

Moje skúsenosti:

- Žiakom sa páči, že majú spätnú väzbu, že si môžu skontrolovať svoje riešenie. Pri číselnej zmene parametra excelovský súbor automaticky prekreslí graf funkcie. Riešenie úloh berú ako hru.
- Pri vyučovaní sa mi osvedčilo nebrať žiakovi radosť z objavovania (učiteľ už zo skúseností vie posúdiť, čo vie žiak objaviť sám, prípadne navedie žiaka k „objaveniu“ súvislostí,....)

Pár námetov na využitie goniometrie v praxi pre žiakov, ktorí prejavili hlbší záujem o túto tému:

1. V ktorých športoch sa stretávame s uhlom?
2. Telo plavca letí po odraze do vody v tvare sínusoidy
3. Grafom závislosti okamžitej polohy od času (časová závislosť) harmonického kmitania je sínusoida.
4. Biorytmus
5. Závislosť napätia od času.
6. Šírenie zvukového signálu.
7. Postupné mechanické vlnenie
8. Priebeh akustického tlaku a napätia na tónovom generátore.
9. Elektrochirurgické generátory.
10. Život je ako sínusoida
11. Priebeh hodnôt intenzity E elektrického poľa pozdĺž vedenia v istom časovom okamihu.
12. Hra na hudobnom nástroji – strunovom a dychovom (komorné A)
13. Vlnenie lánu obilia, vodnej hladiny, seizmické vlnenie
14. Sínusoida – reťazovka, závitnica, skrutkovica