

Názov vyučovacej hodiny: Inverzná funkcia

Meno a priezvisko učiteľa/učiteľov: Mgr. Michaela Záchejová

Názov školy:	Gymnázium Pezinok, Senecká 2, Pezinok		
Predmet:	Matematika		
Ročník:	druhý		
Tematický celok:	Funkcie		
Téma hodiny:	Inverzná funkcia		
Cieľ:	Kognitívne ciele – poznať inverznú funkciu - poznať podmienku existencie inverznej funkcie - vedieť algebraicky vyjadriť predpis inverznej funkcie - poznať vzťah medzi definičným oborom a oborom hodnôt funkcie a funkcie k nej inverznej Výchovné ciele – rozvíjať schopnosť prezentovať svoj názor - rozvíjať sociálne zručnosti žiakov (komunikácia, spolupráca)		
Špecifické ciele:			
Medzipredmetové vzťahy:	Informatika		
Požiadavky na zručnosti žiakov:	Práca s programom Derive		
Požiadavky na zručnosti učiteľa:	Práca s PC, dataprojektorom, interaktívnou tabuľou, portálom <i>Planéta vedomostí</i> , s programom Derive		
počet minút	činnosť	pomôcky	metódy a formy
5	Úvodná organizačná časť – zápis do TK, kontrola dochádzky, kontrola a rozbor DÚ	triedna kniha, pero	rozhovor
5	Opakovanie – prostá funkcia	PC, dataprojektor, interaktívna tabuľa, prístup do portálu <i>Planéta vedomostí</i>	demonštrácia, rozhovor
10	Inverzná funkcia	PC, dataprojektor, interaktívna tabuľa, prístup do portálu <i>Planéta vedomostí</i> , zošity, PC pre žiakov s programom Derive	demonštrácia, pozorovanie, výklad, riadený rozhovor, skupinová práca
10	Algebraické vyjadrenie inverznej funkcie	PC, dataprojektor, interaktívna tabuľa, prístup do portálu <i>Planéta vedomostí</i> , zošity, tabuľa, krieda	demonštrácia, pozorovanie, výklad, riadený rozhovor, samostatná práca
10	Definičný obor a obor hodnôt inverznej funkcie	PC, dataprojektor, interaktívna tabuľa, prístup do portálu <i>Planéta vedomostí</i> , zošity, tabuľa, krieda	demonštrácia, pozorovanie, výklad, riadený rozhovor, samostatná práca
5	Záverečná časť – zhrnutie učiva, zadanie domácej úlohy, zhodnotenie hodiny a práce žiakov	PC, dataprojektor, interaktívna tabuľa, prístup do portálu <i>Planéta vedomostí</i> , zošity	rozhovor

Spätná väzba: Sledovanie odpovedí a reakcií žiakov pri jednotlivých cvičeniach a overovaní získaných vedomostí.

MODEL VYUČOVACEJ HODINY – OBSAH

TÉMA: Inverzná funkcia

FORMA VYUČOVANIA: výkladová

METÓDA VYUČOVANIA: skupinová práca s PC

VÝCHOVNO-VZDELÁVACIE CIELE:

- poznať inverznú funkciu, poznať podmienku existencie inverznej funkcie, vedieť algebraicky vyjadriť predpis inverznej funkcie, poznať vzťah medzi definičným oborom a oborom hodnôt funkcie a funkcie k nej inverznej

- rozvíjať schopnosť prezentovať svoj názor, rozvíjať sociálne zručnosti žiakov (komunikácia, spolupráca)

POMÔCKY: PC, dataprojektor, interaktívna tabuľa, prístup do portálu *Planéta vedomostí*, zošity, PC pre žiakov s programom Derive

POSTUP A OBSAH VYUČOVANIA

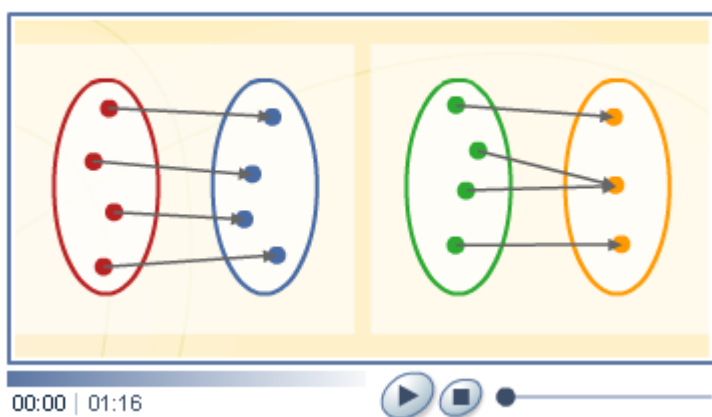
1. ORGANIZAČNÁ ČASŤ

Zápis do triednej knihy, kontrola dochádzky, zapnutie PC, dataprojektoru, aktivovanie interaktívnej tabule a prihlásenie sa do portálu *Planéta vedomostí*. Kontrola domácej úlohy, prípadne vyriešenie problematických úloh.

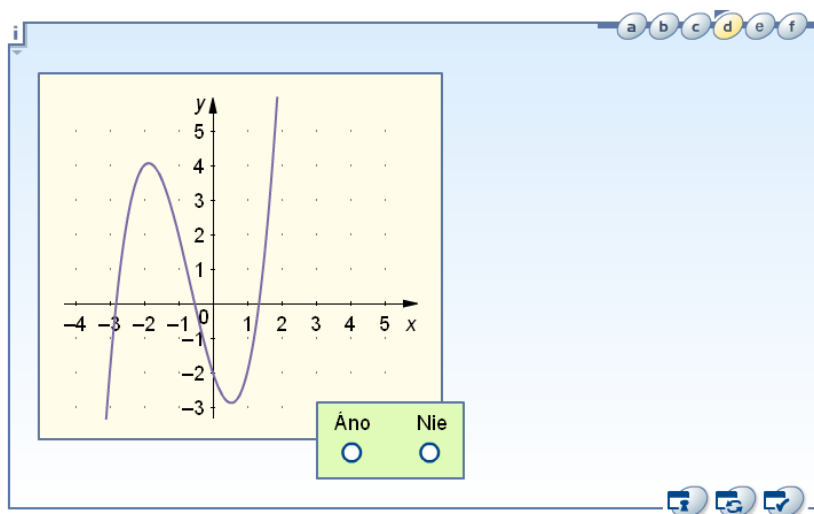
2. OPAKOVANIE – PROSTÁ FUNKCIA

Pomocou animácie *Dva spôsoby zobrazenia* zopakujeme, aká je to prostá funkcia.

Dva spôsoby zobrazenia



Čo z toho vyplýva pre graf prostej funkcie? Ako poznáme prostú funciu podľa jej grafu? Spoločne so žiakmi vyriešime úlohu *Grafy prostých funkcií*.



3. INVERZNÁ FUNKCIA

Diskutujeme so žiakmi, čo si myslia, aká je to inverzná funkcia. Správnosť ich odpovedí, resp. úvah sami overia pomocou animácie *Existencia inverznej funkcie*.

Existencia inverznej funkcie

Funkcia f		Spätné zobrazenie	
10	0	0	10
11	1	1	11
12	2	2	12
13	3	3	13
14	4	4	14
15	5	5	15
16	6	6	16
17	7	7	17
18	8	8	18
19	9	9	19

$f(n)$ $g(n)$

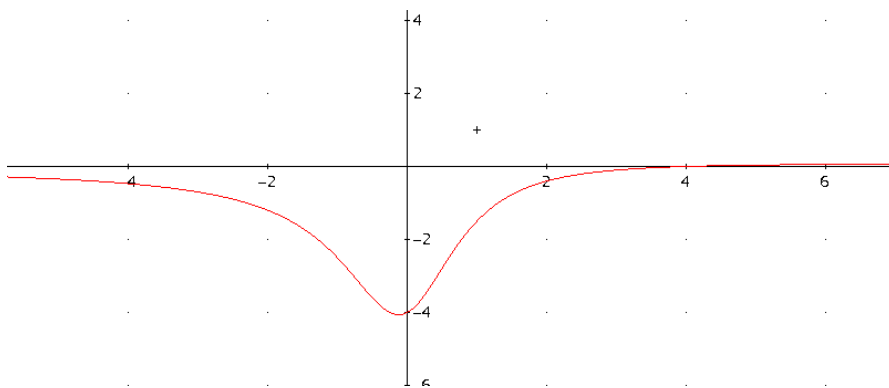
00:25 | 00:41

Definíciu inverznej funkcie, označenie a existenciu inverznej funkcie si žiaci zapíšu do zošita, pričom sa snažíme ich samých doviest k týmto definíciám.

Žiakov rozdelíme do skupiniek k PC a každej skupinke priradíme jednu funkciu z cvičenia *Inverzná funkcia* (cvičenie - prezentácia). Žiaci zisťujú, či k danej funkcii existuje inverzná. Ak si nie sú istí, v programe derive vykreslia graf danej funkcie, z ktorého ľahko určia, či je funkcia prostá. Každá skupinka svoje zistenie odprezentuje a odôvodní.

Inverzná funkcia

	Áno	Nie
$y = \sqrt{x^2 - 1}, x \geq 1$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
$y = 0,5^x$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
$y = \frac{x}{ x }, x \neq 0$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
$y = \frac{x-4}{x^2+1}$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
$y = x + \sin x$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>



4. ALGEBRAICKÉ VYJADRENIE INVERZNEJ FUNKCIE

Už vieme určiť, ku ktorým funkciám existuje aj inverzná, ale ako ju vyjadríme?

Spoločnými silami so žiakmi sa snažíme prísť na to, ako algebraicky vyjadríme inverznú funkciu k danej funkcii. Následne si to ukážeme aj na príklade.

pripomeňte si

Definujte explicitne inverzné funkcie funkciám. Doplňte. Zlomky zapíšte

Príklad

Pozrite si, ako sa dá nájsť explicitný tvar inverznej funkcie k funkcii f danej $f(x) = 6x - 3$.

Najprv vymeňte x a y vo vzorci f :

$$x = 6y - 3$$

$$x + 3 = 6y$$

$$\frac{x+3}{6} = y$$

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{2} = y$$

Teda explicitný tvar inverznej funkcie je $f^{-1}(x) = \frac{1}{6}x + \frac{1}{2}$.

Cvičenie: Algebraické vyjadrenie inverznej funkcie

Žiaci po jednom chodia k tabuli a hľadajú vyjadrenie inverznej funkcie.

Algebraické vyjadrenie inverznej funkcie

1 pripomeňte si

Ak $f(x) = y$ je rovnica prostej funkcie, potom rovnaká rovnica opisuje inverznú funkciu, len y budeme potom považovať za nezávislú a x za závislú premennú.

Na získanie explicitného tvaru inverznej funkcie (v zmysle x):

- vymeňte x a y v rovnici $f(x) = y$,
- vyriešte rovnicu $f(y) = x$ pre y , dostanete $y = f^{-1}(x)$.

príklad

2 Definujte explicitne inverzné funkcie k daným funkciám. Doplňte. Zlomky zapíšte v základnom tvare.

$f(x) = 4x$

$f^{-1}(x) = \frac{\square}{\square}x$

$f(x) = 9 - 3x$

$f^{-1}(x) = \square - \frac{\square}{\square}x$

$f(x) = \frac{4}{3x}$

$f^{-1}(x) = \frac{\square}{\square}x$

$f(x) = \frac{x+2}{x}$

$f^{-1}(x) = \frac{\square}{x - \square}$

$f(x) = \frac{4x-1}{3x+1}$

$f^{-1}(x) = \frac{x + \square}{\square - \square x}$

5. DEFINIČNÝ OBOR A OBOR HODNÔT INVERZNEJ FUNKCIE

Zosumarizujeme, čo už vieme o inverzných funkciách a na základe nadobudnutých vedomostí už nebude aj pre žiakov problém odvodiť, aký je vzťah medzi definičným oborom a oborom hodnôt funkcie a funkcie k nej inverznej.

Žiaci sa rozdelia do 4 skupiniek a každá z nich vypracuje „jednu funkciu“ z cvičenia *Definičný obor a obor hodnôt inverznej funkcie*. Vyplnením tabuľky na interaktívnej tabuli si overia správnosť svojich výsledkov.

Definičný obor a obor hodnôt inverznej funkcie

Definičný obor inverznej funkcie je obor hodnôt pôvodnej funkcie.

Obor hodnôt inverznej funkcie je definičný obor pôvodnej funkcie.

príklad

1 Pre každú funkciu určte jej definičný obor a obor hodnôt. Nájdite algebraický výraz pre inverznú funkciu (ak existuje) a určte jej definičný obor a obor hodnôt. Doplňte správne odpovede.

Funkcia	$f(x) = x + 3$	$f(x) = 0,8 - 0,2x$	$f(x) = 7$	$f(x) = 2^x$
Definičný obor	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Obor hodnôt	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Inverzná funkcia	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Definičný obor	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Obor hodnôt	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

$f^{-1}(x) = \log_2 x$

$f^{-1}(x) = 3x$

$f^{-1}(x) = \log_x 2$

žiadny

$f^{-1}(x) = 4x - 5$

$f^{-1}(x) = 4 - 5x$

$f^{-1}(x) = x - 3$

$f^{-1}(x) = -3$

6. ZÁVEREČNÁ ČASŤ

Cvičnými otázkami prekontrolujeme a ucelíme vedomosti získané počas hodiny.

Kontrolné otázky: Aká je to inverzná funkcia?

Ako sa označuje?

Ku ktorým funkciám existuje inverzná funkcia?

Ako dostaneme vyjadrenie inverznej funkcie?

Aký je definičný obor a obor hodnôt inverznej funkcie?

Zadáme domácu úlohu: Prehľad inverzných funkcií

Prehľad inverzných funkcií

1 Spojte funkcie s ich inverznými funkciami.

Left graph: $y = \frac{1}{x} - 2, x \neq 0$

Right graph: $y = 4x - 12$

Domáca úloha zároveň poslúži ako propedeutika pre grafy inverzných funkcií.