



Názov vyučovacej hodiny: Objem rotačných telies

Meno a priezvisko učiteľa/učiteľov: RNDr. Marta Mlynarčíková

Názov školy:	Gymnázium P. O. Hviezdoslava, Kežmarok		
Predmet:	matematika		
Ročník:	štvrtý		
Tematický celok:	Integrálny počet		
Téma hodiny:	Objem rotačných telies		
Cieľ:	<i>Kognitívne ciele:</i> <ul style="list-style-type: none">• definovať rotačné teleso• odvodiť vzťah, ktorý umožňuje určiť objem rotačného telesa s využitím integrálneho počtu• použiť odvodený vzťah na dôkazy vzorcov pre objemy známych rotačných telies• aplikovať odvodený vzťah pri riešení úloh z praxe <i>Výchovné ciele:</i> <ul style="list-style-type: none">• rozvíjanie priestorovej predstavivosti• použitie analógie pri riešení matematických problémov• poukázať na súvislosti medzi rôznymi časťami matematiky• zavýšiť základné myšlienky infinitezimálneho počtu na stredoškolskej úrovni (myšlienkové operácie s nekonečne malými a nekonečne veľkými veličinami)• rozvíjanie logického a kritického myslenia, komunikatívnosti, samostatnosti		
Špecifické ciele:			
Medzipredmetové vzťahy:	fyzika, filozofia		
Požiadavky na zručnosti žiakov:	ovládanie PC a práce pri interaktívnej tabuli		
Požiadavky na zručnosti učiteľa:	ovládanie PC, interaktívnej tabule, vyhľadávanie vhodných materiálov na internete, tvorba vlastných prezentácií		
<i>počet minút</i>	<i>činnosť</i>	<i>pomôcky</i>	<i>metódy a formy</i>
1	Organizačné činnosti: kontrola prítomnosti žiakov, zápis do triednej knihy		



2	Opakovanie – obsah útvaru	PC, interaktívna tabuľa s dataprojektorom, vlastná prezentácia, aplet z internetu	frontálne opakovanie
3	Motivácia – sila integrálneho počtu pri ďalšej praktickej aplikácii na odvodenie vzťahu umožňujúceho určiť objem ľubovoľného rotačného telesa		rozhovor
4	Výklad nového učiva – online prezentácia Objemy rotačných telies	rotačná pomôcka, PC, interaktívna tabuľa, internet	informatívno – výkladová metóda, problémová metóda, samostatná práca žiakov
5	Aplikácia získaných poznatkov pri riešení úlohy z praxe	PC, interaktívna tabuľa	riadený rozhovor
6	Zhrnutie učiva a zadanie domácej úlohy		

Spätná väzba: sledovanie riešení cvičení počas výkladu, kontrola výsledkov samostatnej práce žiakov, interaktívne cvičenia overujúce pochopenie učiva



Model vyučovacej hodiny – OBSAH

Téma: Objemy rotačných telies

Typ hodiny: základný typ hodiny

Forma vyučovania: hromadná

Metóda vyučovania: kombinovaná

Výchovno-vzdelávacie ciele: Zopakovanie základných pojmov integrálneho počtu a ich využitie pri výpočte obsahov útvarov. Využitie metódy analógie pri odvodení všeobecného vzťahu na výpočet objemu rotačných telies. Overenie fungovania odvodeného vzťahu pre vzorce na výpočet objemu známych telies. Aplikácia odvodeného vzťahu pri výpočte objemu zložitejšieho telesa z praxe.

Pojmy: rotačné teleso, dolný a horný integrálny súčet, Newton-Leibnitzova formula, objem a jednotky objemu

Pomôcky:

- digitálne kurikulum <http://lms.planetavedomosti.sk> - Kurz Matematika SŠ- žiak: 84. Objemy rotačných telies
- vlastná prezentácia Určitý integrál dostupná na http://www.gpohkk.edu.sk/~mlynarcikova/funkcie/funkcie_obsah.html
- aplet <http://www.ies.co.jp/math/java/calc/kubungX2jo/kubungX2jo.html>
- rotačná pomôcka

Postup a obsah vyučovania:

Organizačné pokyny hodiny: kontrola prítomnosti študentov, zápis do triednej knihy

Opakovanie:

- frontálne opakovanie odhadu obsahu plochy ohraničenej funkciou a osou x – pomocou dolného a horného integrálneho súčtu – pripomenutie niekoľkých snímok vlastnej prezentácie, ktorú sme v tejto triede podrobne prešli pri preberaní uvedeného učiva

i	x_{i-1}	x_i	m_i	M_i	s_i	S_i
1	0	0,1	0	0,01	0	0,001
2	0,1	0,2	0,01	0,04	0,001	0,004
3	0,2	0,3	0,04	0,09	0,004	0,009
4	0,3	0,4	0,09	0,16	0,009	0,016
5	0,4	0,5	0,16	0,25	0,016	0,025
6	0,5	0,6	0,25	0,36	0,025	0,036
7	0,6	0,7	0,36	0,49	0,036	0,049
8	0,7	0,8	0,49	0,64	0,049	0,064
9	0,8	0,9	0,64	0,81	0,064	0,081
10	0,9	1	0,81	1	0,081	0,1
Súčet					0,285	0,385

m_i – minimum funkcie f na intervale $\langle x_{i-1}, x_i \rangle$
 M_i – maximum funkcie f na intervale $\langle x_{i-1}, x_i \rangle$
 $s_i = m_i \cdot (x_i - x_{i-1})$ $S_i = M_i \cdot (x_i - x_{i-1})$
 $\sum_{i=1}^{10} m_i \cdot (x_i - x_{i-1}) < S < \sum_{i=1}^{10} M_i \cdot (x_i - x_{i-1})$

0,285 < S < 0,385

A1
A2

obsah

Veta: Ak funkcia f je spojitá v každom bode intervalu $\langle a, b \rangle$, tak existuje práve jedno také číslo I , že pre všetky delenia D intervalu $\langle a, b \rangle$ platí: $s(f, D) \leq I \leq S(f, D)$.

Definícia: Nech f je funkcia spojitá v každom bode intervalu $\langle a, b \rangle$. Číslo I z predchádzajúcej vety nazývame **určitým integrálom** (od a po b) z funkcie f a označujeme ho znakom

$$\int_a^b f(x) dx$$

ISAAC NEWTON 1643-1727

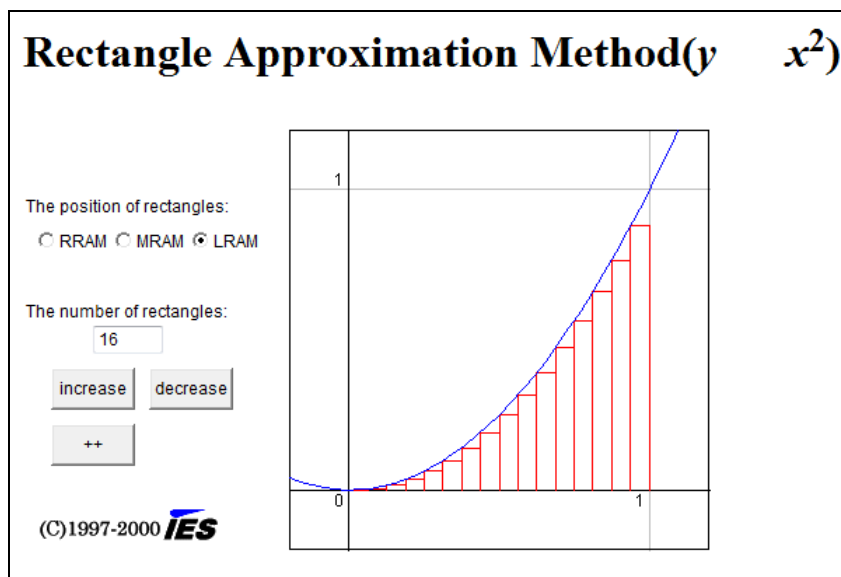
Newtonova - Leibnizova formula:

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

obsah



- interaktívne využitie apletu



Motivácia

- oboznámenie žiakov s cieľom vyučovacej hodiny
- zdôraznenie základných princípov infinitezimálneho počtu v matematike, fyzike a technike
- analógia medzi odvodením vzťahov pre výpočet obsahov a objemov

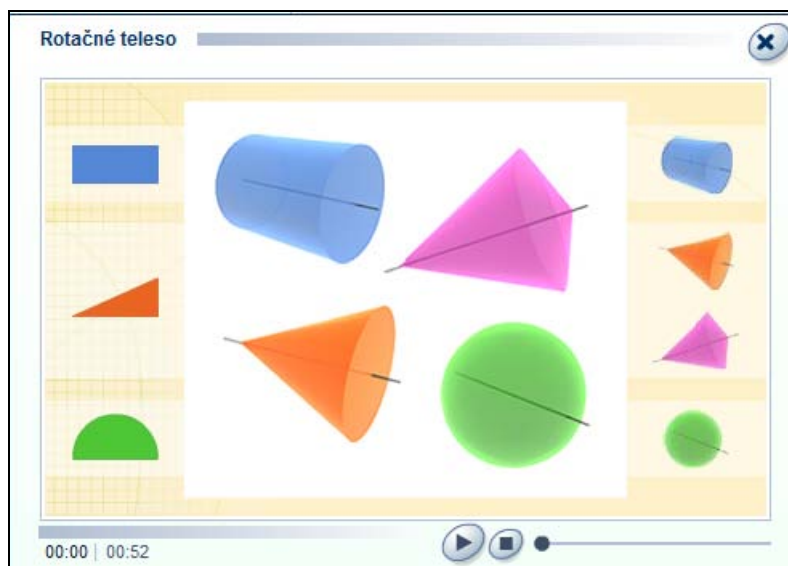
Nové učivo

- pojem rotačné teleso
- názorná demonštračná ukážka rôznych rotačných telies pomocou elektrického rotačného strojčeka

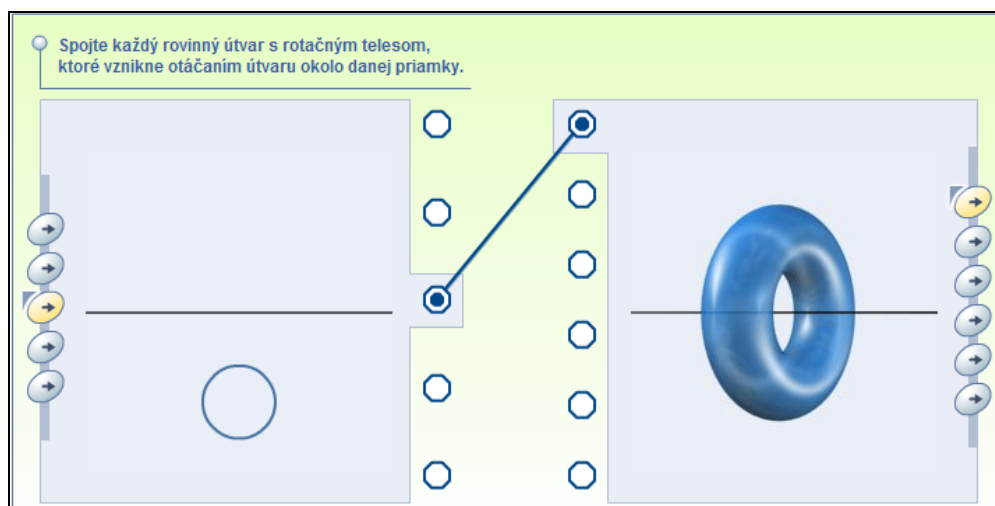




- definícia rotačného telesa



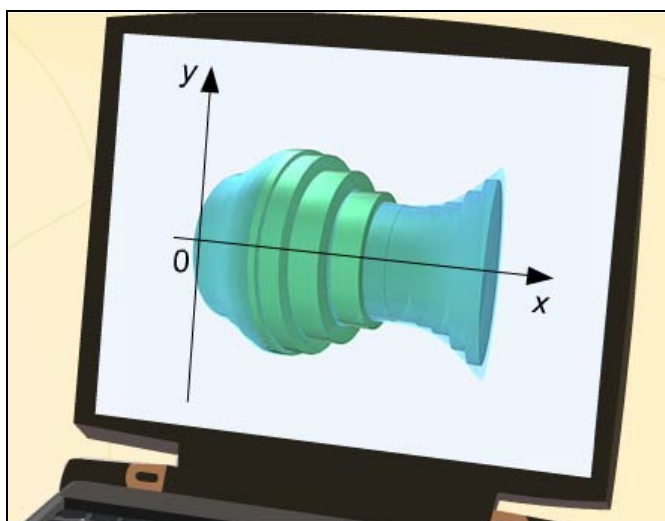
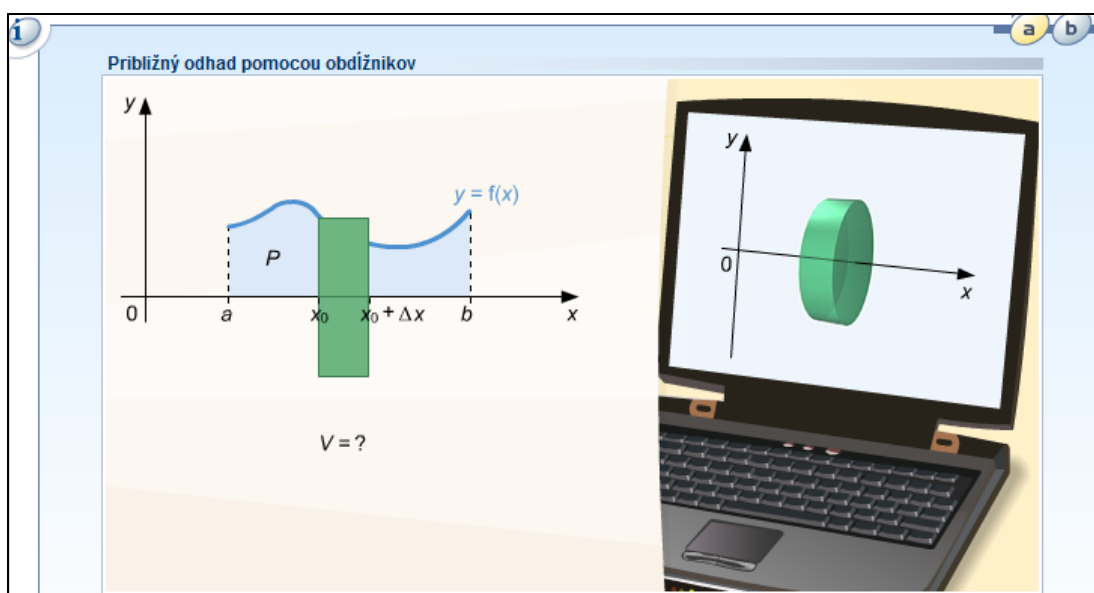
- interaktívne cvičenie na priraďovanie rovinných útvarov s rotačnými telesami, ktoré vzniknú otáčaním útvaru okolo danej priamky



- interaktívne cvičenie na pravidlá pre určitý integrál (snímka 3a)
- samostatná práca žiakov – výpočet integrálu substitučnou metódou (kontrola na snímke 3b)

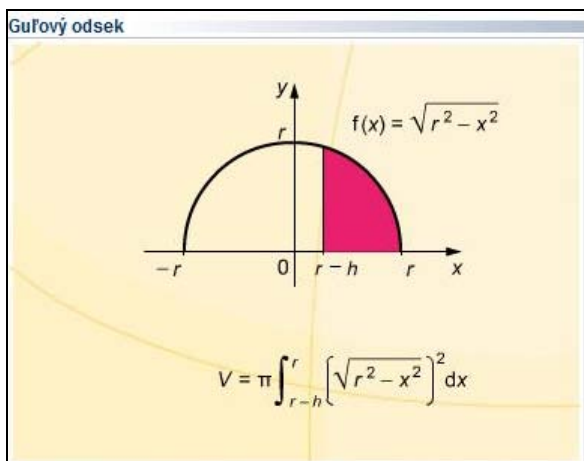


- odvodenie vzťahu na výpočet objemu rotačných telies (video na snímke 4)



$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

- aplikácia vzťahu na odvodenie vzorcov pre výpočet objemu kužeľa, zrezaného kužeľa a gule (len sledovanie videa na snímkach 5, 6, 7 bez zápisov do zošita – tieto vzorce sú odvodené aj v učebnici)
- cvičenie na domácu úlohu – objem dvojkužeľa, ktorý vznikne rotáciou rovnostranného trojuholníka okolo jeho strany (úloha zo snímky 5)
- odvodenie vzorca pre výpočet objemu guľového odseku (sledovanie videa na snímke 8 s pauzami a podrobným zápisom odvodenia do zošitov)



Guľový odsek

$$V = \pi \int_{r-h}^r (r^2 - x^2) dx$$

$$= \pi \int_{r-h}^r r^2 dx - \pi \int_{r-h}^r x^2 dx$$

$$= \left[\pi r^2 x \right]_{r-h}^r - \left[\pi \frac{x^3}{3} \right]_{r-h}^r$$

$$= \frac{\pi}{3} h^2 (3r - h)$$

- príklad na výpočet objemu šálky - spoločné odvodenie rovnice krivky

Parabolická šálka má výšku 0,8 m a polomer pri vrchole 0,2 m. Vypočítajte objem šálky.

Potiahnutím správneho výrazu na prázdne miesto určíte rovnicu krivky, ktorá vytvorí dané teleso.

$f(x) =$

$20\sqrt{x}$	$\sqrt{\frac{x}{20}}$	$\sqrt{\frac{x}{5}}$
$2\sqrt{x}$	$\frac{1}{2}\sqrt{x}$	$2\sqrt{5x}$

Doplňte.

Objem V šálky je: $\pi \text{ m}^3$.

- zadania domácej úlohy – vypočítať objem šálky, vyjadriť ho aj v litroch a posúdiť reálnosť rozmerov šálky
- pripomenutie ďalšieho príkladu na domácu úlohu, ktorého zadanie si žiaci zapísali v priebehu hodiny

Didaktické ciele: rozvíjanie priestorovej predstavivosti, logického myslenia, komunikatívnosti, samostatnosti, samostatného riešenia úloh, schopnosti zovšeobecnenia, schopnosti vyvodenia záveru, používanie analógií, význam infinitezimálneho počtu pre rozvoj matematiky, fyziky, techniky, filozofie